

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	تعداد صفحه: ۳	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	نحوه	سوالات (پاسخ نامه دارد)
------	------	-------------------------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.	۱
	<p>اسکالار باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر..... است.</p> $\begin{bmatrix} 2 & 0 & f \\ 0 & a & 0 \\ e & c & b \end{bmatrix}$ <p>ب) اگر صفحه <math>P</math> با مولد <math>d</math> موازی باشد و از راس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه <math>P</math> و سطح مخروطی یک ..... است.</p> <p>پ) در بیضی، در حالتی که <math>\frac{c}{a} = 0</math> بیضی به ..... تبدیل می شود.</p> <p>ت) در فضای <math>R^3</math>، نقطه <math>(-5, -2, -3)</math> در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>A</math> و <math>B</math> دو ماتریس هم مرتبه و <math>r</math> یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و <math>rA = rB</math> آن گاه داریم: <math>A = B</math>.</p> <p>ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط <math>d</math> در نقطه ثابت <math>A</math> مماس است، یک نیم خط عمود بر خط <math>d</math> در نقطه <math>A</math> است.</p> <p>پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازناب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.</p> <p>ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد، آنگاه ضرب داخلی آنها یک عدد حقیقی مثبت است.</p>	۲
۱	<p>مفروض اند، اگر <math>A</math> یک ماتریس قطری باشد، حاصل <math>B = \begin{bmatrix} 2 &amp; 1 &amp; 1 \\ m &amp; 0 &amp; n \\ 3 &amp; -1 &amp; 2 \end{bmatrix}</math> و <math>A = \begin{bmatrix} 2 &amp; m-2 &amp; 0 \\ 0 &amp; 3 &amp; 0 \\ n+1 &amp; 0 &amp; 3 \end{bmatrix}</math> دوماتریس <math>AB</math> را محاسبه کنید.</p>	۳
۱/۵	<p>اگر <math>2A = \begin{bmatrix}  A  &amp; -4 \\ 1 &amp;  A  \end{bmatrix}</math> باشد، در این صورت حاصل <math> A ^{-1} A</math> را بیابید.</p>	۴
۱	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.	۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	تعداد صفحه: ۳	سوالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳
نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>			

ردیف	نحوه	سوالات (پاسخ نامه دارد)
۶	۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $(2, 1)$ بوده و بر خط $3x + 4y - 5 = 0$ مماس باشد.
۷	۱/۵	وضعیت دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.
۸	۱	$\text{OF} = c, \text{OB} = b, \text{OA} = a$ $a^2 = b^2 + c^2$ در شکل مقابل اگر باشد، ثابت کنید:
۹	۱/۵	<p> نقطه <math>M</math> روی بیضی به اقطار <math>10</math> و <math>6</math> واحد به گونه‌ای قرار دارد، که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر <math>4</math> واحد است.</p> <p>(الف) نشان دهید مثلث <math>MFF'</math> قائم الزوایه است.</p> <p>(ب) طول <math>MF</math> را به دست آورید.</p> <p>(ج) کانون‌های بیضی هستند و <math>MF' &lt; MF</math>.</p>
۱۰	۱/۲۵	<p>اگر نقطه <math>A(2, 3)</math> رأس سهمی و <math>y = 7</math> معادله خط هادی سهمی باشد</p> <p>(الف) معادله سهمی را به دست آورید.</p> <p>(ب) مختصات کانون سهمی را بیابید</p>
۱۱	۰/۷۵	در یک دیش مخابراتی به شکل سهمی با دهانه دایره‌ای به قطر $60$ واحد و گودی (عمق) $9$ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.
۱۲	۱/۵	<p>به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>(الف) اگر <math>y = b</math> معادله صفحه‌ای در فضای <math>R^3</math> باشد که از نقطه <math>A(-3, 4, 2)</math> بگذرد، مقدار عددی <math>b</math> چقدر است؟</p> <p>(ب) معادلات <math>\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}</math> مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات <math>R^3</math> است؟</p> <p>(پ) در فضای <math>R^3</math>، نقطه <math>A</math> به عرض <math>2</math> و ارتفاع <math>3</math> روی صفحه <math>yz</math> و نقطه <math>B(-4, 6, -3)</math> مفروض‌اند مختصات وسط <math>AB</math> را بیابید.</p>
		«ادامه سوالات در صفحه سوم»

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	تعداد صفحه: ۳
نام و نام خانوادگی:	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه

ردیف	نحوه	سوالات (پاسخ نامه دارد)
۱۳	۱/۵	اگر $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ باشند آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a} = (-1, 1, 4)$ و $\vec{b} = (3, -4, 2)$ ، $\vec{c} = (1, -3, 4)$ را به دست آورید.
۱۴	۱/۲۵	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۱ و ۲ و ۳ باشند و بیزگی که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، مقدار عددی عبارت $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ را به دست آورید.
۱۵	۱/۲۵	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ .
۱۶	۲	سه بردار $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ و $\vec{c} = (2, 1, -2)$ مفروض آند. الف) برداری عمود بر دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.
	۲۰	جمع نمره موفق و سر بلند باشید

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	ت) ۶ (۰/۲۵)  پ) دایره (۰/۲۵)	ب) خط (۰/۲۵)  الف) ۸ (۰/۲۵)	۱
۱	ت) نادرست (۰/۲۵)  پ) درست (۰/۲۵)	ب) نادرست (۰/۲۵)  الف) درست (۰/۲۵)	۲
۱	$\begin{cases} m - 2 = 0 \\ n + 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = 2 & (۰/۲۵) \\ n = -1 & (۰/۲۵) \end{cases}$ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix} (۰/۵)$		۳
۱/۵	$ 2A  = (\underbrace{ A ^2}_{(۰/۵)} + 4) \rightarrow (\underbrace{ A  - 2)^2}_{(۰/۲۵)} = 0 \rightarrow  A  = 2 \quad (۰/۲۵)$ $ A^{-1}  = \underbrace{\frac{1}{ A }}_{(۰/۲۵)} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$		۴
۱	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{3+8} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix}}_{(۰/۵)} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$		۵
۱	$r = \frac{ 3(2) + 4(1) + 5 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (۰/۵)$ $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9 \quad (۰/۵)$	فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره برابر است با :	۶
۱/۵	$\text{مرکز وشعاع دایره } x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 + (y-1)^2 = 1 \quad (۰/۵)$ $O' = (3, 1), r' = 1$ $d \geq r + r' = 2 \quad (۰/۲۵)$	فاصله دو مرکز برابر دو دایره بیرون یکدیگرند (متقارجند) (۰/۲۵)	۷

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱	$\text{BF} = \text{BF}' \quad (1)$ <p>نقطه <math>B</math> روی عمود منصف پاره خط <math>\text{FF}'</math> قرار دارد درنتیجه: فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی:</p> $(0/25) \quad \text{BF} + \text{BF}' = 2a \xrightarrow{(1)} \text{BF} = \text{BF}' = a$ <p>بنابراین <math>\text{BOF}'</math> در مثلث <math>\text{BOF}</math> داریم:</p> $\text{OF}' + \text{OB}' = \text{BF}' \xrightarrow{(0/25)} c' + b' = a' \quad (0/25)$	۸	
۱/۵	$\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow a' = b' + c' \rightarrow c = 4 \quad (0/25)$ <p>(الف)</p> <p>در مثلث <math>\text{MFF}'</math> میانه وارد بر یک ضلع روبرو است. در نتیجه مثلث <math>\text{MFF}'</math> قائم الزاویه است. <math>(0/25)</math></p> <p>(ب)</p> $\text{MF} + \text{MF}' = 2a = 10 \rightarrow \text{MF}' = 10 - \text{MF} \quad (0/25)$ $\text{MF}' + \text{MF}'' = \text{FF}'' \rightarrow \underbrace{\text{MF}' + (10 - \text{MF})'}_{(0/25)} = 8 \rightarrow \text{MF} = 5 - \sqrt{7} \quad (0/25)$	۹	
۱/۲۵	<p>(الف) با استفاده از جایگاه رأس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت: <math>a = 4</math></p> <p>دھانه سهمی روبه پایین است و معادله آن برابر است با <math>(x-2)^2 = -4(y-3)</math> <math>(0/5)</math></p> <p>(ب) مختصات کانون سهمی برابر است با <math>F = (2, -1)</math> <math>(0/5)</math></p>	۱۰	
۰/۷۵	<p>اگر قطر دھانه دیش را با <math>2b</math> و گودی را با <math>h</math> نمایش دهیم. فاصله کانونی برابر <math>(0/25)</math> است.</p> $a = \frac{4b^2}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25 \quad (0/5)$ <p>اگر رابطه فوق به صورت <math>a = \frac{b^2}{4h} = \frac{(30)^2}{4(9)} = 25</math> <math>(0/75)</math> نوشته شود درست است.</p>	۱۱	
۱/۵	<p>(الف) محور <math>Z</math> ها <math>b = -3</math> <math>(0/5)</math></p> <p>(پ) نقطه <math>A = (0, 2, 3)</math> و مختصات وسط <math>AB</math> برابر است با: <math>(-2, 4, 0)</math> <math>(0/25)</math></p>	۱۲	
۱/۵	$\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6) \quad (0/5), \quad \vec{a}' = \underbrace{\frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{ \vec{b} + \vec{c} }}_{(0/25)} (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{35}{49} (2, -3, 6) \quad (0/75)$	۱۳	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۲۵	$\left  \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} \right ^{\circ} = \left  \vec{0} \right ^{\circ} \quad (\cdot / 25) \Rightarrow \left  \vec{a} \right ^{\circ} + \left  \vec{b} \right ^{\circ} + \left  \vec{c} \right ^{\circ} + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0 \quad (\cdot / 5) \Rightarrow$ $1 + 4 + 9 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0 \quad (\cdot / 25) \Rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = -7 \quad (\cdot / 25)$		۱۴
۱/۲۵	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \times \vec{b} }_{\cdot / 25} =  \vec{0}  \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a}  \parallel  \vec{b} }_{\cdot / 25} \times \sin \theta = 0 \quad \xrightarrow{ \vec{a}  \neq 0,  \vec{b}  \neq 0}$ $\underbrace{\sin \theta}_{\cdot / 25} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\theta}_{\cdot / 25} = 0 \vee \underbrace{\theta}_{\cdot / 25} = \pi \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \quad (\cdot / 25)$		۱۵
۲	$\underbrace{(-2\vec{b}) \times \vec{c}}_{(\cdot / 25)} = \underbrace{(2, -2, 0)}_{(\cdot / 25)} \times (2, 1, -2) = \underbrace{(4, 4, 6)}_{(\cdot / 5)}$ الف) برداری عمود بر دو بردار $-2\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با:		۱۶
ب) حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ برابر است با: $ \underbrace{(\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))}_{(\cdot / 25)}  = \left  (2, 3, 1) \cdot \underbrace{(-2, -2, -3)}_{(\cdot / 5)} \right  = \underbrace{13}_{(\cdot / 25)}$			
۲۰	" مصحح گرامی، به راه حل‌های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"		

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)