

نام و نام خانوادگی: .....

مقطع و رشته: یازدهم تجربی

نام پدر: .....

شماره داوطلب: .....

تعداد صفحه سؤال: ۳ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۲ تهران

دبیرستان غیردولتی پسرانه سرای دانش واحد سعادت آباد

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۱۳۹۹-۰۰

نام درس: ریاضی یازدهم تجربی

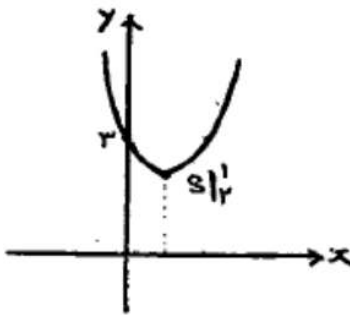
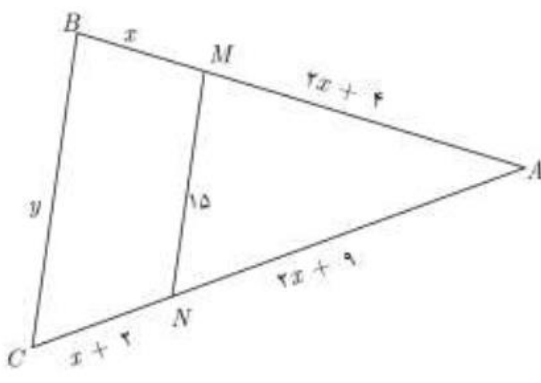
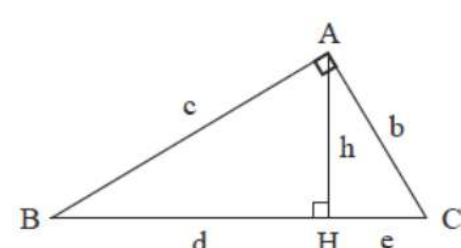
نام دبیر: آقای حسینی

تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۱۰/۰۹

ساعت امتحان: ۸:۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه

نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نمره به عدد:	نمره به حروف:	محل مهر و امضا: مدیر
		نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	
نام دبیر:	تاریخ و امضا:	نام دبیر:	تاریخ و امضا:	
ردیف	سؤالات	نمره	پاسخ	
۰,۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) مرکز دایره محاطی مثلث، محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی مثلث است.</p> <p>ب) از نقطه‌ای خارج یک خط، می‌توان دو خط بر آن عمود کرد.</p> <p>پ) زاویه ۵ درجه، با زاویه <math>\frac{\pi}{18}</math> رادیان برابر است.</p>	۱		
۱,۵	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) قرینه نقطه <math>A(-7,4)</math> نسبت به نقطه <math>M(-2,1)</math> برابر با نقطه ..... است.</p> <p>ب) صفرهای تابع <math>y = 2x^2 - 2x - \frac{1}{2}</math> برابر با ..... و ..... است.</p> <p>پ) دایره <math>C(O,r)</math> را در نظر بگیرید. هر نقطه که از نقطه <math>O</math> به فاصله <math>r</math> باشد ..... دایره قرار دارد.</p> <p>ت) تابع <math>y = \frac{1}{x+2}</math> دارای دامنه ..... است.</p> <p>ث) برد تابع <math>y = x - [x]</math> برابر است با .....</p>	۲		
۱	<p>با ذکر دلیل، گزینه صحیح را انتخاب نمایید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع <math>y = mx^2 - (m^2 - 1)x + 1</math> روی محور عرض‌ها دارای ماکزیمم باشد، مقدار <math>m</math> کدام است؟</p> <p>ب) زاویه ۳۱۵ درجه، مساوی کدام زاویه نیست؟</p>	۳	<p>۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)</p> <p>۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)</p> <p><math>-\frac{\pi}{4}</math>      <math>\frac{7\pi}{4}</math>      <math>-\frac{7\pi}{4}</math>      <math>\frac{11\pi}{4}</math></p>	
۱,۲۵	<p>دو نقطه <math>A(14,3)</math> و <math>B(10,-13)</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) فاصله مبدا مختصات را از وسط پاره خط <math>AB</math> به دست آورید.</p> <p>ب) معادله عمود منصف پاره خط <math>AB</math> را بنویسید.</p>	۴		
۱	<p>مقدار <math>m</math> را طوری به دست آورید که معادله <math>(m-1)x^2 + (m-4)x - 3m = 0</math> دارای دو ریشه حقیقی متمایز و قرینه باشد و سپس ریشه‌ها را به دست آورید.</p>	۵		
۱	<p>معادله زیر را حل کنید.</p>	۶		

	$(x + \frac{1}{x})^2 - 2(x + \frac{1}{x}) = 0$	
۱,۵	 <p>ضابطه سهمی زیر را بنویسید. (S راس سهمی است).</p>	۷
۱	اگر $x=4$ یکی از جوابهای معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن را بیابید.	۸
۰,۵	با برهان خلف، ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.	۹
۱,۵	 <p>در شکل زیر، <math>MN \parallel BC</math> مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را بیابید.</p>	۱۰
۱	 <p>در مثلث قائم الزاویه زیر، اگر <math>d=5</math> و <math>e=3</math> باشد، <math>b</math> و <math>c</math> را بیابید.</p>	۱۱
۱,۵	دامنه توابع زیر را بیابید.	۱۲
	<p>الف) <math>f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x^2-1}}</math></p> <p>ب) <math>g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{ x -2}</math></p>	
۱	<p><math>f(x) = x - 1</math></p> <p>آیا توابع زیر با هم مساوی اند؟ چرا؟</p> <p><math>g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} &amp; x \neq 1 \\ 0 &amp; x = 1 \end{cases}</math></p>	۱۳
۱	اگر تابع خطی $f$ از نقاط $(-1, 4)$ و $(2, -2)$ بگذرد، ضابطه تابع وارون آن را به دست آورید.	۱۴
۱	اگر $f(x) = \frac{5x-1}{2x-1}$ و $g(x) = x + \sqrt{x}$ باشد، در این صورت $f(\frac{1}{g(x)})$ را بیابید.	۱۵

۰,۵	اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ابتدا تابع $\frac{f}{g}$ و دامنه آن را بیابید، سپس مقدار $(g \circ f)(5)$ را محاسبه کنید.	۱۶
۱	ابتدا تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$ را رسم کنید. سپس از روی آن تابع $g(x) = 2f(x) - 1$ را رسم کنید.	۱۷
۱	زاویه $210^\circ$ - درجه را به رادیان تبدیل کرده و مکان آن را روی دایره مثلثاتی نمایش دهید.	۱۸
۱	اگر $\tan 25^\circ = 0.4$ باشد، حاصل $\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ}$ چقدر است.	۱۹
صفحه ی ۳ از ۳		

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) درست ب) نادرست پ) نادرست	
۲	الف) $(3, -2)$ ب) $1 \mp \sqrt{2}$ پ) روی ت) $R - \{-2\}$ ث) $[0, 1)$	
۳	الف) $m = \pm 1$ چون تابع دارای ماکزیمم است، پس ضریب $x^2$ باید منفی باشد، پس $m > 0$ ، یعنی $m = -1$ قابل قبول است. گزینه (۲) ب) گزینه (۴)	
۴	الف) $\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow x_M = 12 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + (-13)}{2} \rightarrow y_M = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow M(12, -5)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow \boxed{OM = 13}$ ب) $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - (-13)}{14 - 10} = \frac{16}{4} \rightarrow m_{AB} = 4$ $m' = \frac{-1}{m_{AB}} \rightarrow m' = -\frac{1}{4}$ $y - y_M = m'(x - x_M) \rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{4}(x - 12)$ $\rightarrow y + 5 = -\frac{1}{4}x + 3 \rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x - 2}$	
۵	$a = m - 1, b = m - 4, c = -3m$ $\rightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow m - 4 = 0 \rightarrow \boxed{m = 4} \\ \Delta > 0 \end{cases}$ $\rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 4) = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$ $\begin{cases} \nearrow x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \\ \searrow x + 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = -2} \end{cases}$	

$$\rightarrow x + \frac{1}{x} = u \rightarrow u^2 - 2u = 0 \rightarrow u(u-2) = 0 \rightarrow u = 0, u = 2$$

معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

$$u = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 0 \rightarrow x^2 + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 0^2 - 4(1)(1) = -4 < 0 \rightarrow$$

$$u = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x-1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x=1}$$

۶

$$S \left| \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix} \right., A \left| \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} \right. \quad y = a(x-h)^2 + k \rightarrow y = a(x-1)^2 + 2 \rightarrow 3 = a(0-1)^2 + 2$$

$$\rightarrow a = 1 \rightarrow y = (x-1)^2 + 2$$

۷

پس جواب باید در معادله صدق کند:

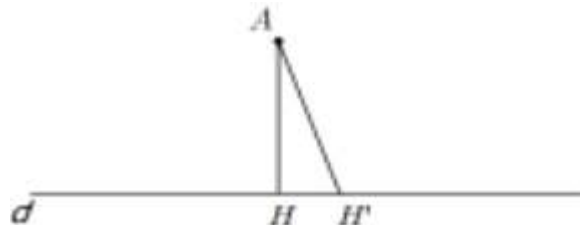
$$x + a = \sqrt{\Delta x - x^2} \xrightarrow{x=4} 4 + a = \sqrt{\Delta(4) - (4)^2} \rightarrow a = -2$$

$$\xrightarrow{a=-2} x - 2 = \sqrt{\Delta x - x^2} \xrightarrow{(\quad)^2} x^2 - 4x + 4 = \Delta x - x^2 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\rightarrow \boxed{x=4}, \boxed{x=\frac{1}{2}} \times$$

۸

فرض می‌کنیم از نقطه  $A$  بتوان دو عمود بر  $d$  رسم کرد.



در این صورت مجموع زوایای مثلث از  $180^\circ$  درجه بیشتر می‌شود که تناقض است.

۹

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{2x+4}{x} = \frac{2x+9}{x+2} \rightarrow \boxed{x=8}$$

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{2x+4}{3x+4} = \frac{15}{y} \xrightarrow{x=8} \boxed{y=21}$$

۱۰

$$AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow c^2 = (d+e)d \rightarrow c^2 = (\Delta+3) \times \Delta \rightarrow c^2 = 40 \rightarrow \boxed{c=2\sqrt{10}}$$

$$AC^2 = BC \cdot CH \rightarrow b^2 = (d+e)e \rightarrow b^2 = (\Delta+3) \times 3 \rightarrow b^2 = 24 \rightarrow \boxed{b=2\sqrt{6}}$$

۱۱

$$\frac{x+2}{x^2-1} \geq 0 \quad \text{ریشه ها } x = -2 \quad x = \pm 1$$

$$D_f = (-2, -1] \cup [1, +\infty)$$

		-۲	-۱	۱	
$x+2$	-	•	+	+	+
$x^2-1$	+	+	•	-	•
	-	۰	+	•	+

۱۲

$$g(x) = \frac{\sqrt[3]{-x^2+4}}{|x|-2} \quad |x|-2=0 \quad |x|=2 \quad x = \pm 2 \quad D_g = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$f(x) = x - 1 \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 0 & x = 1 \end{cases}$$

$D_f = D_g = \mathbb{R}$  شرط 1 برقرار است

$$\begin{cases} x \neq 1: & g(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)^2}{x - 1} = x - 1 = f(x) \\ x = 1: & g(1) = 0 = f(1) \end{cases}$$

پس به ازای هر  $x$  متعلق به دامنه مشترک داریم  $f(x) = g(x)$  شرط (۲) برقرار است.

۱۳

$$(2, -2), (-1, 4) \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-1 - 2} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$\rightarrow y = -2x + b \xrightarrow{(2, -2)} -2 = -2(2) + b \rightarrow b = 2 \rightarrow \boxed{f(x) = -2x + 2}$$

$$\rightarrow y = -2x + 2 \rightarrow 2x = -y + 2 \rightarrow x = \frac{-y + 2}{2} \rightarrow f^{-1}(y) = -\frac{y}{2} + 1$$

$$\rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} + 1}$$

۱۴

$$f(x) = \frac{\Delta x - 1}{2x - 1} \xrightarrow{x = \frac{\Delta}{\gamma}} f\left(\frac{\Delta}{\gamma}\right) = \frac{\Delta \times \frac{\Delta}{\gamma} - 1}{2 \times \frac{\Delta}{\gamma} - 1} = 6$$

$$g^{-1}\left(f\left(\frac{\Delta}{\gamma}\right)\right) = g^{-1}(6) = ?$$

$$x + \sqrt{x} = 6 \rightarrow x = 4$$

۱۵

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_f = [1, +\infty)$$

$$g(x) = x^2 - 4 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = ([1, +\infty) \cap \mathbb{R}) - \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$$

$$\rightarrow D_{\frac{f}{g}} = [1, +\infty) - \{-2, 2\} \rightarrow \boxed{D_{\frac{f}{g}} = [1, 2) \cup (2, +\infty)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4} \rightarrow \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-4}}$$

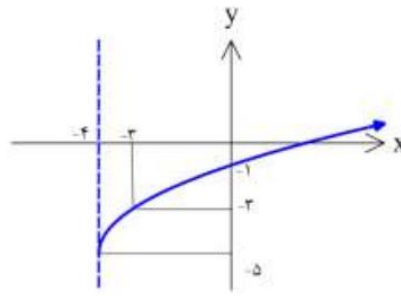
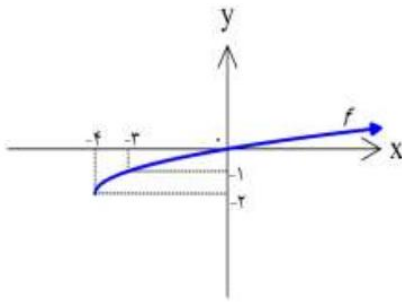
$$g(\Delta) = \Delta^2 - 4 \rightarrow g(\Delta) = 21$$

$$f(\Delta) = \sqrt{\Delta-1} \rightarrow f(\Delta) = 2$$

$$(g - 3f)(\Delta) = g(\Delta) - 3f(\Delta) = 21 - 3(2) \rightarrow \boxed{(g - 3f)(\Delta) = 15}$$

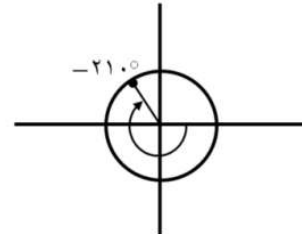
۱۶

ابتدا تابع  $f(x) = \sqrt{x+4} - 2$  را رسم کنید. سپس از روی آن تابع  $g(x) = 2f(x) - 1$  را رسم کنید.



۱۷

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{-210}{180} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{-210}{180} \pi \rightarrow R = \frac{-7\pi}{6}$$



۱۸

$$\frac{3 \sin 155^\circ - 2 \cos 295^\circ}{\cos 115^\circ + \cos 335^\circ} = \frac{3 \sin(180^\circ - 25^\circ) - 2 \cos(270^\circ + 25^\circ)}{\cos(90^\circ + 25^\circ) + \cos(360^\circ - 25^\circ)}$$

$$= \frac{3 \sin 25^\circ - 2 \sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\sin 25^\circ}{-\sin 25^\circ + \cos 25^\circ} = \frac{\tan 25^\circ}{-\tan 25^\circ + 1}$$

$$\xrightarrow{\tan 25^\circ = 0/4} \frac{0/4}{-0/4 + 1} = \frac{0/4}{0/6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

۱۹

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره