

شماره صندلی

اداره کل آموزش و پرورش شهرستانهای استان تهران
مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ری
دبیرستان پسرانه غیردولتی دکتر حسابی دوره دوم

مهر آموزشگاه در تمام صفحات زده شود (محل مهر)

نام و نام خانوادگی:

نام درس: حسابان

نام معلم: آقای قنبری

رشته: ریاضی

بایه: یازدهم

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۳/۰۷

تعداد صفحه: ۲

ساعت شروع: ۸/۳۰ صبح

نوبت: دوم

مدت امتحان: ۹۰ دقیقه

نام مصحح:

نمره با عدد:

نمره تجدیدنظر با عدد:

نام مصحح:

تاریخ و امضاء:

نمره با حروف:

نمره تجدید نظر با حروف:

سوال

ردیف

جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.

الف) اگر $2/5 < x < 3$ باشد مقدار عبارت $[x] + 10$ برابر 12 است.

ب) تابع $y = a^x$ نمایی است به شرطی که $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد.

ج) 2 رادین معادل $2(57^\circ)$ درجه است.

د) 15 درجه معادل $\frac{\pi}{12}$ رادین است.

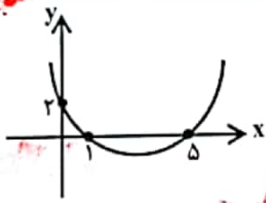
اگر α و β ریشه های معادله زیر باشند حاصل عبارات زیر چه می شود؟

$$x^2 - 4x - 2 = 0$$

الف) $\frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{P}{P} = \frac{-b}{c} = -\frac{b}{c} = -\frac{-(-4)}{-2} = -2$

ب) $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = (-(-4))^2 - 2(-2) = 16 + 4 = 20$

معادله سهمی درجه دوم زیر را با راه حل کامل به دست آورید.



$$y = A(x-1)(x-5)$$

$$2 = A(0-1)(0-5) \rightarrow 2 = 5A$$

$$\rightarrow A = \frac{2}{5} \rightarrow y = \frac{2}{5}(x-1)(x-5)$$

معادله $2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$ را کامل حل کنید.

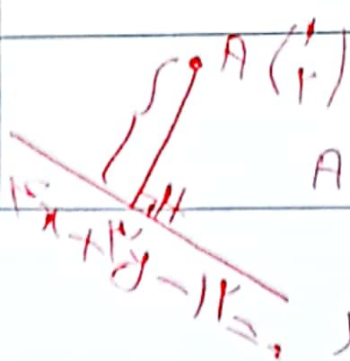
$$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+4}$$

$$4x = 3x+4 \rightarrow x = 4$$

چون در معادله اصلی $2\sqrt{x}$ داریم پس x باید در 0 باشد پس جواب $x=4$ است.

فاصله نقطه $A(1, 2)$ را از خط $4x + 3y = 12$ به دست آورید.

$$AH = \frac{|4(1) + 3(2) - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$



فاصله نقطه از خط

۶ نمودار تابع $y = [x] + 2$ را در بازه $[-1, 2]$ را رسم کنید.

$-1 < x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow y = -1 + 2 = 1$
 $0 < x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow y = 0 + 2 = 2$
 $1 < x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow y = 1 + 2 = 3$

۷ وارون تابع $y = \sqrt{3x+4}$ را به دست آورید. این تابع یک به یک است پس وارون دارد.

$y^2 = 3x + 4 \rightarrow y^2 - 4 = 3x \rightarrow x = \frac{y^2 - 4}{3}$
 $f^{-1}(x) = y = \frac{x^2 - 4}{3}$

۸ معادله لگاریتمی زیر را حل کنید.

$\log_3(x-4) + \log_3(x+4) = 2 \rightarrow \log_3(x-4)(x+4) = 2$
 $\rightarrow \log_3(x^2 - 16) = 2 \rightarrow x^2 - 16 = 3^2$
 $\rightarrow x^2 = 25 \rightarrow x = 5 \checkmark$ (جواب جزئی طنه است)
 $x = -5$ (شیت)

۹ حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$\log_{10}(0.001) + \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8} + \log_{25} 125 + \log_{\sqrt[3]{7}} 7$
 $\log_{10} 10^{-3} + \log_{\sqrt{2}} 2^{\frac{3}{2}} + \log_{5^2} 5^3 + \log_{\sqrt[3]{7}} 7$
 $= -3 + \frac{3}{\frac{3}{2}} + \frac{3}{2} + \frac{1}{\frac{1}{3}} = -3 + 2 + \frac{3}{2} + 3 = \frac{4}{2} = 2$

۱۰ مقدار عددی عبارات زیر را بیابید.

الف) $\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ب) $\cos\left(\frac{-29\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{19\pi}{4}\right) = \cos\left(4\pi + \frac{3\pi}{4}\right) = \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۱ اگر α زاویه ای در ربع دوم باشد و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ اولاً مقدار $\cos \alpha$ و ثانياً مقدار $\sin 2\alpha$ را حساب کنید.

دایره

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

ربع دوم $\rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5}$ ✓

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \left(\frac{3}{5}\right) \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25}$$

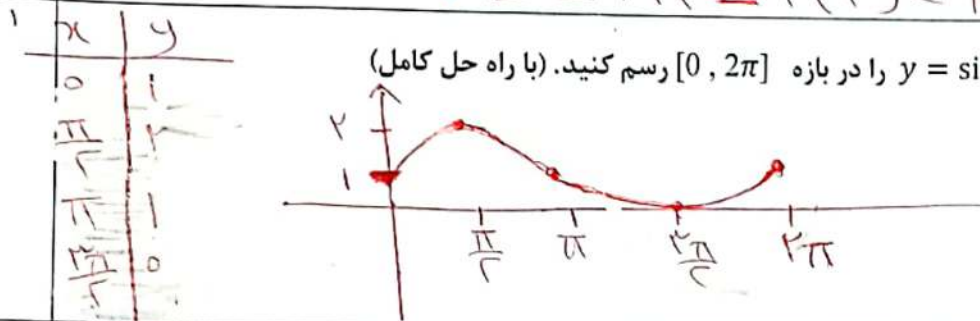
۱۲ در دایره ای به شعاع ۱۲cm طول کمان رو به رو به زاویه ۳۰ درجه را به دست آورید.

دایره

$$\theta = \frac{L}{R} \rightarrow \frac{\pi}{6} = \frac{L}{12} \rightarrow 6L = 12\pi$$

$$\rightarrow L = 2\pi \approx 2(3) = 6 \text{ cm}$$

۱۳ نمودار $y = \sin(x) + 1$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید. (با راه حل کامل)



۱۴ حاصل حد های زیر را به دست آورید.

زنج بیاور

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x(x-3)} = \frac{3+3}{3} = 2$$

$x \rightarrow 3$

زنج بیاور

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{1-3}{1+1} = -\frac{2}{2} = -1$$

$x \rightarrow 1$

۱۵ آیا تابع $f(x) = \frac{|x-2|}{x-2}$ در نقطه ای به طول $x=2$ حد دارد؟ چرا؟ خیر چون صریحاً در آنجا تعریف نشده

تابع

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)}{(x-2)} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2|}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1$$

سین تابع در $x=2$ حد ندارد

۱۶ حاصل حد زیر را به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{\sin^2 x} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$x \rightarrow 0$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{a(x-1)}{|x-1|} & x \neq 1 \\ -3 & x = 1 \end{cases}$$

برای پیوستگی این تابع در $x = 1$ باید داریم

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$$

$$-3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x-1)}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a(x-1)}{|x-1|}$$

$$-3 = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{a(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{a(x-1)}{-(x-1)}$$

$$-3 = a = -a$$

موفق و سربلند باشید.

و هیچ a ای برای آن پیدا نمی شود