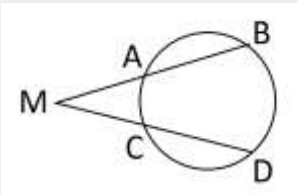
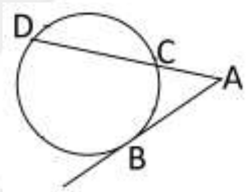
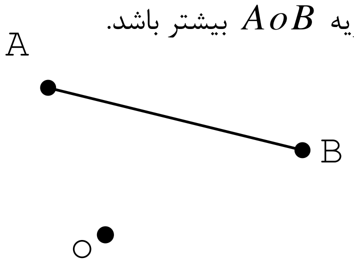
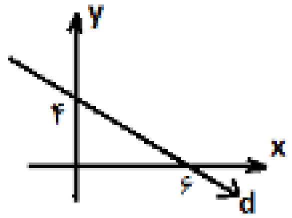
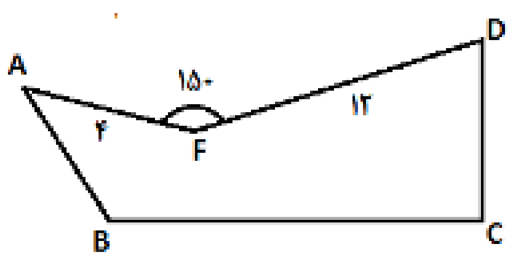
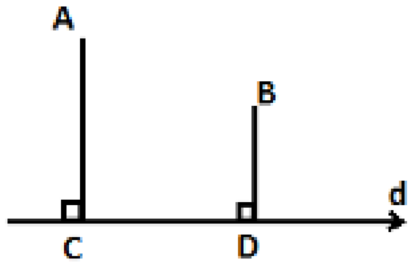
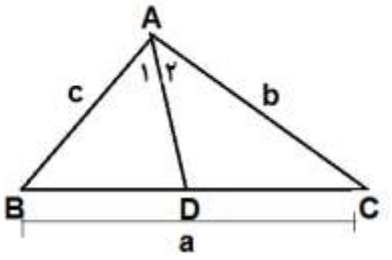
آزمون: نوبت دوم تاریخ آزمون: ۷/ ۳ /۱۴۰۱ نام درس: هندسه نام دبیر: خانم بدیعی مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه تعداد سوال :	آموزش و پرورش منطقه ۲ تهران مجتمع آموزشی غیردولتی سوده سال تحصیلی ۱۴۰۱-۱۴۰۰ نام و نام خانوادگی : شماره دانش‌آموز: مقطع/ پایه: متوسطه دوم/ یازدهم	کد مدرک: ف ر-م ت-۰۸ شماره بازنگری: ۰۴ صفحه ۱ از ۴

سوالات	بارم
۱- در جاهای خالی کلمات مناسب بنویسید. الف) در چهار ضلعی محیطی $ABCD$, $BC=۱۲$, $AD=۱۸$, $CD=۲AB$ اندازه **CD** برابر .... است. ب) محیط ۶ ضلعی محاط در یک دایره به شعاع ۴ برابر .... است. ج) در بازتاب اگر .... باشد شیب خط حفظ می شود. د) در تجانس اگر .... باشد تجانس دارای انقباض است. هـ) اگر در دوران .... باشد دوران یک تبدیل همان است. و) ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی یک .... است. ز) مساحت قطاع در دایره به شعاع **r** و با زاویه مرکزی α برابر .... است.	۲
۲- در شکل های زیر **X** را بیابید. الف) $\overset{\frown}{BD}=x\ ,\ \overset{\frown}{BD}=۴\overset{\frown}{AC}\ ,\ \widehat{M}=۴۸$  ب) $AB=x\ ,\ CD=۶\ ,\ AC=۴$ 	۲
۳- دو دایره متخارج اند طول خط المرکزین ۱۰ سانتی متر و طول مماس مشترک خارجی $۴\sqrt{۶}$ و طول مماس مشترک داخلی برابر ۶ سانتی متر است. شعاع های دو دایره را بیابید.	۱/۲۵
۴- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ شعاع دایره محاطی داخلی ۲ = **r** و شعاع دایره محاطی خارجی ۹= r_a و مساحت $S=۹\sqrt{۶}$ می باشد طول ضلع **a** را حساب کنید.	۱

۵- ثابت کنید در هر دوران اندازه هر پاره خط و تصویر آن برابرند. در حالتی که مرکز دوران **o** روی پاره خط **AB** نباشد و زاویه دوران از زاویه AoB بیشتر باشد. 	۱/۵
۶- در شکل مقابل خط **d** را در تجانس به مرکز **o** و نسبت تجانس $\frac{3}{2}$ تصویر می کنیم خط **d′** ایجاد می شود مساحت بین دو خط **d′ , d** و محورها را بیابید. 	۱/۵
۷- به مساحت شکل اضافه کنید بدون آنکه محیط شکل تغییر کند (با توضیح کامل) سپس مساحت قسمت اضافه شده را بیابید. 	۱/۲۵
۸- در شکل مقابل فاصله نقطه **A** از خط **d** ، ۴ = **AC** و فاصله نقطه **B** از خط **d** ۲= **BD** و طول پاره خط ۸ = **CD** کوتاهترین مسیر بین خط **d** و نقاط **A , B** را مشخص کنید. (مراحل را توضیح دهید بدون اثبات) سپس طول کوتاهترین مسیر را بیابید. 	۱/۵

۹- دو موتور سوار از نقطه **A** باز زاویه ۱۲۰ درجه با سرعت های ۵۰ و ۲۵ کیلومتر بر ساعت از هم دور می شوند بعد از ۲ ساعت در چه فاصله ای از یکدیگر قرار دارند ؟	۱/۲۵
۱۰- مثلثی با اضلاع ۱۲ = **AB** و ۸ = **AC** و ۱۵= **BC** مفروض است. الف) طول دو قطعه ای را که از رسم نیمساز زاویه **A** بر ضلع مقابل ایجاد میشود بیابید. ب) طول نیمساز **AD** را حساب کنید.	۱/۵
۱۱- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ با فرض $AC=۲۰$, $AB=۲۰\sqrt{۲}$ و زاویه $B=۳۰$ مطلوب است . اندازه زاویه **C** و شعاع دایره محیطی مثلث	۱/۲۵
۱۲- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ اضلاع $AB=۱۳$, $AC=۱۴$, $BC=۱۵$ و نقطه **O** درون مثلث با فاصله ۴ ، ۲ به ترتیب از اضلاع **BC** , **AC** در نظر بگیرید و فاصله نقطه **O** از ضلع **AB** را بیابید.	۱/۵

۱۳- در مثلث **ABC** اگر ۸ = **BC** و ۶ = **AC** و ۱۲= **AB** باشد. الف) طول کوچک ترین میانه مثلث را بیابید. ب) مرکز دایره محیطی مثلث کجا قرار دارد.	۱/۲۵
۱۴- در مثلث **ABC** ، پاره خط **AD** نیمساز زاویه **A** است. با استفاده از مساحت مثلث های $\overset{\Delta}{ABD}$, $\overset{\Delta}{ADC}$ و مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ ثابت کنید. $AD = \dfrac{۲bc\cos\frac{\hat{A}}{۲}}{b+c}$ راهنمایی : $S\left(\overset{\Delta}{ABC}\right) = S\left(\overset{\Delta}{ADC}\right) + S\left(\overset{\Delta}{ABD}\right)$  	۱/۲۵
«موفق باشید»	

پاسخنامه درس هندسه ۲ — رشته ریاضی

دبیرستان غیردولتی سودان — پایه یازدهم

دبیر: حسین اسدزاده

۱- الف) ۲۰ ب) ۲۴ ج) خط با محور بازتاب موازی یا عمود

د) $|k|<1$ ه) زاویهٔ دوران مضربی از ۳۶۰ درجه

و) انتقال به طول دو برابر فاصلهٔ بین دو محور ز) $\frac{\alpha}{360}\pi r^2$

مورد الف (۰٫۵) نمره و بقیه موارد (۰٫۲۵) نمره

۲-

الف) با استفاده از روابط داده شده و رابطهٔ زاویهٔ بین امتداد دو وتر داریم:

$$\hat{M} = \frac{\widehat{BD}-\widehat{AC}}{2} \ (0/25) = \frac{4\widehat{AC}-\widehat{AC}}{2} = \frac{3}{2}\widehat{AC} = 48^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 32^\circ \ (0/25)$$

$$\Rightarrow \widehat{BD} = 4\widehat{AC} = 128^\circ \ (0/25) \Rightarrow x = 128^\circ \ (0/25)$$

ب) طبق روابط طولی داریم:

$$AB^2 = AC \cdot AD \ (0/25) \Rightarrow x^2 = 4\times(4+6) \ (0/25) \Rightarrow x^2 = 40 \Rightarrow x = 2\sqrt{10} \ (0/5)$$

۳- طبق اطلاعات مسئله و روابط مماس مشترک خارجی و داخلی داریم:

$$\begin{aligned} 4\sqrt{6} &= \sqrt{10^2-(R_1-R_2)^2} \ (0/25) \\ 6 &= \sqrt{10^2-(R_1+R_2)^2} \ (0/25) \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} (R_1-R_2)^2 = 4 \\ (R_1+R_2)^2 = 64 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1-R_2 = 2 \\ R_1+R_2 = 8 \end{cases} (0/25) \Rightarrow R_1 = 5 \ (0/25), \quad R_2 = 3 \ (0/25)$$

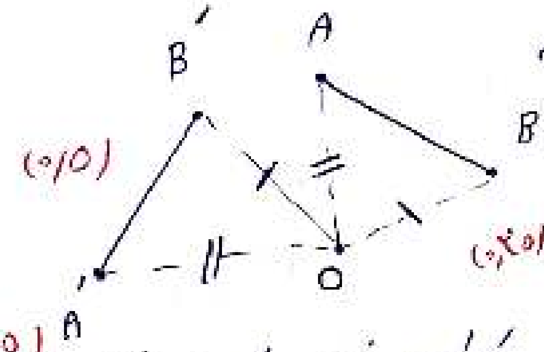
۴- می دانیم $r=\frac{S}{p}$ و $r_a=\frac{S}{p-a}$ می باشد، داریم:

$$2=\frac{9\sqrt{6}}{p} \Rightarrow p=\frac{9}{2}\sqrt{6} \quad (0{,}25)$$

اکنون با جایگذاری در رابطهٔ دوم داریم:

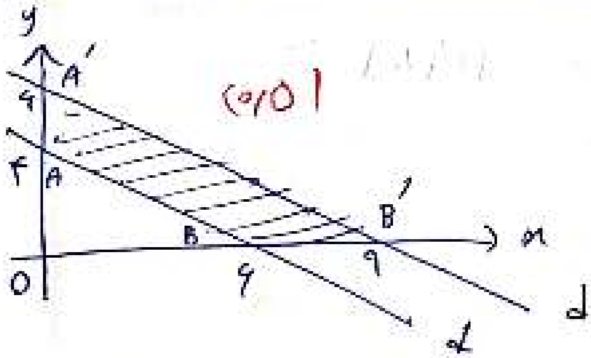
$$9=\frac{9\sqrt{6}}{\frac{9}{2}\sqrt{6}-a} \ (0{,}25) \Rightarrow \frac{9}{2}\sqrt{6}-a=\sqrt{6} \Rightarrow a=\frac{7}{2}\sqrt{6} \quad (0{,}5)$$

۵- طبق تعریف دوران در شکل زیر می دانیم



$OA=OA'$ و $OB=OB'$ (0,25) می باشد و از آنجاییکه هر دو پاره خط OA و OB با یک زاویه دوران یافته اند، بنابراین $A\hat{O}B=A'\hat{O}B'$ (0,25) بوده و از همنهشتی دو مثلث OAB و $OA'B'$ نتیجه می گیریم $AB=A'B'$ بوده و در نتیجه در هر دوران اندازهٔ یک پاره خط و تصویر آن با هم برابرند. (0,25)

۶- ابتدا خط d' را رسم می کنیم و داریم:



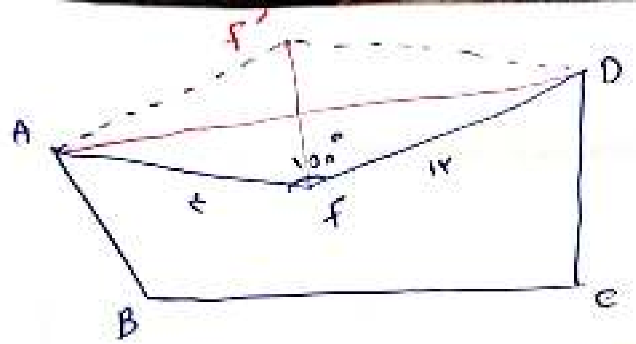
اکنون مساحت قسمت هاشور خورده برابر است با:

$$S_{AA'B'B}=S_{OA'B'}-S_{OAB} \quad (0/5)$$

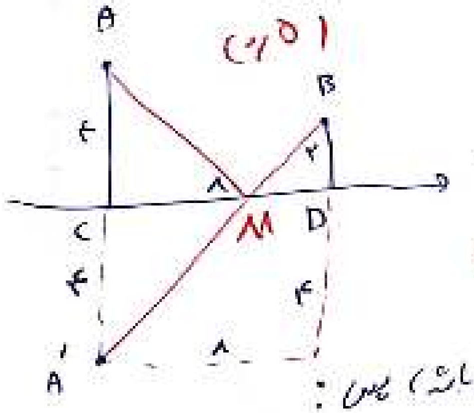
$$\Rightarrow S_{AA'B'B}=\frac{1}{2}\times6\times9-\frac{1}{2}\times4\times6=27-12=15 \quad (0/5)$$

۷- طبق مسئلهٔ هم پیرامونی یا هم محیطی D در شکل سوال از آنجا که زاویهٔ داخلی F در این شکل بیشتر از ۱۸۰ درجه است با ثابت نگه داشتن محیط و بازتاب F نسبت به پاره خط AD می توانیم مساحت شکل را به میزان زیر افزایش دهیم:

$$S_{\text{اضافه شده}}=2\cdot S_{A\hat{F}D}=2\times\left(\frac{1}{2}\cdot4\times12\times\sin150^\circ\right)=24$$



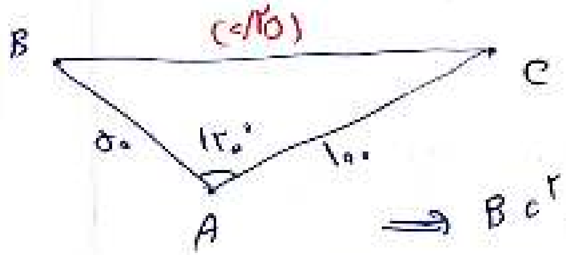
۸- ابتدا A را نسبت به خط d بازتاب داده و آن را A' می‌نامیم و سپس از A' به B وصل می‌کنیم و محل تلاقی آن با خط d را M می‌نامیم. (۰٫۲۵) در این صورت AMB کوتاه‌ترین مسیر بین A و B و خط d است. (۰٫۲۵)



اندازهٔ مسیر AMB همان طول پاره‌خط $A'B$ می‌باشد پس:

$$A'B = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \quad (0/5)$$

۹- بعد از ۲ ساعت هر یک از موتورسوارها به ترتیب $2 \times 50 = 100$ و $2 \times 25 = 50$ کیلومتر مسافت طی کرده‌اند. بنابراین طبق شکل زیر و با استفاده از قضیهٔ کسینوس‌ها داریم: (۰٫۲۵)

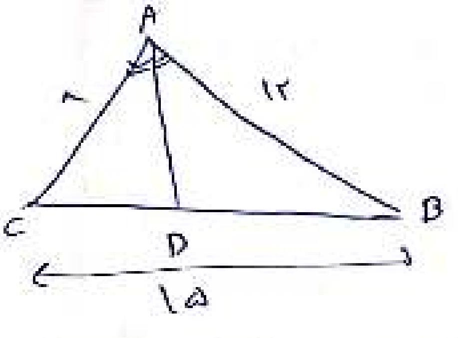


$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 50^2 + 100^2 - 2(50)(100)\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 17500 \Rightarrow BC = 50\sqrt{7}\ \text{km} \quad (0/5)$$

۱۰-



الف) طبق قضیهٔ نیمسازها داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \quad (0/25)$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BD+CD} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow BD = \frac{3}{5} \times 15 = 9 \quad (0/25)$$

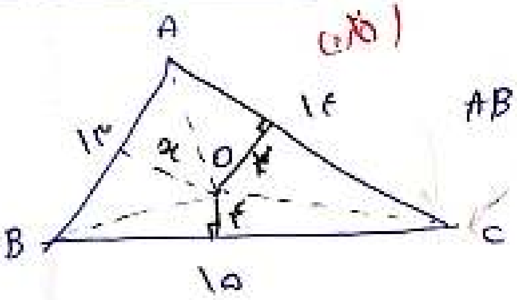
$\Rightarrow CD = 15 - 9 = 6$ (0/25)

ب) طبق رابطهٔ طول نیمساز داریم:

$AD^2 = AB.AC - BD.CD$ (0/25)

$\Rightarrow AD^2 = 8\times12 - 6\times9 \Rightarrow AD^2 = 42 \Rightarrow AD = \sqrt{42}$ (0/5)

۱۲- مطابق شکل مقابل باید مجموع مساحت های سه مثلث AOB، AOC و BOC برابر مساحت مثلث ABC شود. ابتدا طبق قضیهٔ هرون مساحت مثلث ABC را می یابیم: (0/25)

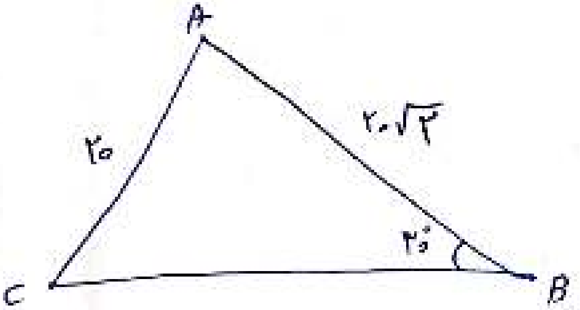


$P = \frac{13+14+15}{2} = 21 \Rightarrow S_{ABC} = \sqrt{21\times6\times7\times8} = 84$ (0/5)

اکنون داریم:

$\frac{1}{2}\times4\times15 + \frac{1}{2}\times4\times14 + \frac{1}{2}\times x\times13 = 84 \Rightarrow x = \frac{80}{13}$ (0/5)

۱۱-



طبق قضیهٔ سینوس ها داریم:

$\frac{AB}{\sin\hat{C}} = \frac{AC}{\sin\hat{B}}$ (0/25)

$\Rightarrow \frac{20\sqrt{2}}{\sin\hat{C}} = \frac{20}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \sin\hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 45^\circ & (0/25) \\ \text{یا} \\ \hat{C} = 135^\circ & (0/25) \end{cases}$

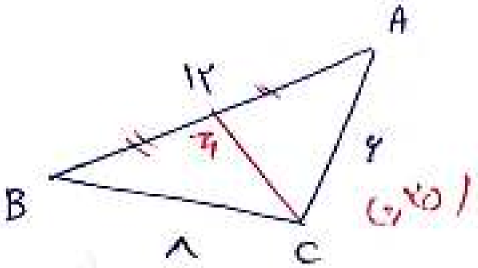
حال شعاع دایرهٔ محیطی را حساب می کنیم:

$2R = \frac{AC}{\sin\hat{B}}$ (0/25) $\Rightarrow 2R = \frac{20}{\frac{1}{2}} \Rightarrow R = 20$ (0/5)

-۱۳

الف) کوچکترین میانه، میانه وارد بر بزرگترین ضلع است

پس داریم:



$$AC^2+BC^2=2CM^2+\frac{AB^2}{2} \Longrightarrow 6^2+8^2=2CM^2+\frac{12^2}{2}$$ (۰٫۲۵)

$$\Longrightarrow CM^2=14 \Longrightarrow CM=\sqrt{14}$$ (۰٫۲۵)

ب) ابتدا مقدار کسینوس بزرگترین زاویه (یعنی $\hat{C}$) را تعیین می‌کنیم:

$$AB^2=AC^2+BC^2-2AC\cdot BC\cdot \cos\hat{C} \Longrightarrow 12^2=8^2+6^2-2(6)(8)\cos\hat{C}$$ (۰٫۲۵)

$$\Longrightarrow \cos\hat{C}=-\frac{11}{24}$$

چون کسینوس این زاویه منفی شد پس منفرجه بوده و مرکز دایرهٔ محیطی خارج مثلث قرار دارد. (۰٫۲۵)

۱۴- می‌دانیم مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل‌ضرب هر دو ضلع در سینوس زاویهٔ بین آن دو ضلع، داریم: (۰٫۲۵)

$$S_{A\hat{B}C}=S_{A\hat{B}D}+S_{A\hat{C}D} \Longrightarrow \cancel{\frac{1}{2}}\,bc\,\sin\hat{A}=\cancel{\frac{1}{2}}\,c\,AD\sin\frac{\hat{A}}{2}+\cancel{\frac{1}{2}}\,b\,AD\sin\frac{\hat{A}}{2}$$ (۰٫۲۵)

$$\xrightarrow{\sin\hat{A}=2\sin\frac{\hat{A}}{2}\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}} 2bc\,\cancel{\sin\frac{\hat{A}}{2}}\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}=AD\cdot\cancel{\sin\frac{\hat{A}}{2}}\cdot(b+c)$$ (۰٫۲۵)

$$\Longrightarrow AD=\frac{2bc\cdot\cos\frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$ (۰٫۵)