



دبیرستان پسرانه غیر دولتی مشکاة نور - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: هندسه ۲ نام دبیر:

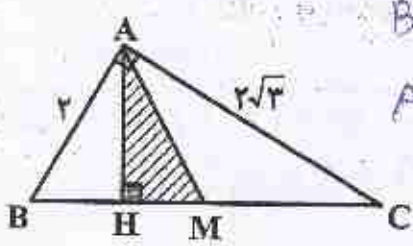
در این قسمت چیزی ننویسید

ریمز:

۱- واژه‌های زیر را تعریف کنید. (۱/۵ نمره)

- الف) چندضلعی محیطی: *چندضلعی که همه ضلع‌های آن بر یک دایره یا یک بیضی منحنی است*
- ب) تبدیل طولیا: *تبدیلی که طول یا زاویه را حفظ می‌کند و طول یا زاویه دیگری را تغییر می‌دهد*
- ج) تبدیل همانی: *تبدیلی که به ازای هر نقطه A از صفحه P در صفحه P' نقطه A' = T(A) وجود دارد*

۲- در مثلث قائم الزویه ABC طول اضلاع قائم ۲ و $۲\sqrt{3}$ است. مساحت مثلث AMH چقدر است؟ (AM میانه وارد بر وتر است) (۲ نمره)



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow BC^2 = 4 + 12 \Rightarrow BC = 4$$

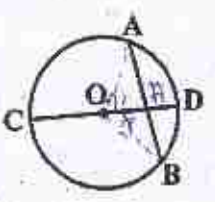
$$AB \times AC = AH \times BC \Rightarrow 2 \times 2\sqrt{3} = AH \times 4 \Rightarrow AH = \sqrt{3}$$

$$AB^2 + AC^2 = 2AM^2 + \frac{BC^2}{2} \Rightarrow 4 + 12 = 2AM^2 + 8$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 8 \Rightarrow AM^2 = 4 \Rightarrow AM = 2, HM = 1$$

$$\rightarrow S_{AHM} = \frac{1}{2} \times AH \times HM = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۳- ثابت کنید در هر دایره قطری که کمان نظیر یک وتر را نصف می‌کند. بر آن وتر عمود است و آن وتر را نصف می‌کند! (۱ نمره)

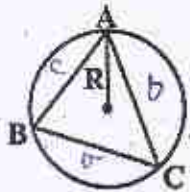


فرص: $\widehat{AD} = \widehat{BD}$

$$\begin{cases} OA = OB = R \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ OH = OH \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = BH \end{cases}$$

در این قسمت چیزی ننویسید

۴- ثابت کنید در مثلثی به اضلاع a و b و c و مساحت S ، شعاع دایره محیطی از دستور $R = \frac{abc}{4S}$ بدست می آید. (۲)



$$R = \frac{bc}{2 \sin A} \Rightarrow S = \frac{1}{2} bc \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{bc} \quad (\text{نمره})$$

$$\Rightarrow R = \frac{a}{2 \left(\frac{2S}{bc} \right)} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S}$$

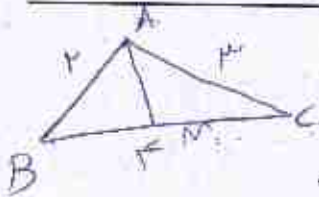
۵- در مثلث ABC اگر $a = 4\sqrt{2}$ و $b = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ و $\hat{C} = 60^\circ$ باشد مطلوب است محاسبه اندازه ضلع AB و زاویه B. (۲ نمره)



$$AB^2 = (4\sqrt{2})^2 + (2(\sqrt{6} + \sqrt{2}))^2 - 2(4\sqrt{2})(2(\sqrt{6} + \sqrt{2})) \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow AB^2 = 32 + 32 + 16\sqrt{2} - 16\sqrt{2} - 16 = 16 \Rightarrow AB = 4$$

$$\frac{2(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sin B} = \frac{4}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{2(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{\sin B} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

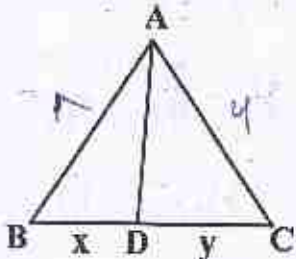


۶- در مثلثی به اضلاع ۲ و ۳ و ۴ طول کوچکترین میانه را بیابید. (۱/۵ نمره)

$$b^2 + c^2 = 2AM^2 + a^2 \Rightarrow 4 + 9 = 2AM^2 + 16$$

$$\Rightarrow 2AM^2 = 7 \Rightarrow AM = \sqrt{\frac{7}{2}}$$

۷- در مثلث ABC با اضلاع $AB = 8$ و $AC = 6$ و $BC = 9$ طول قطعاتی را که نیمساز داخلی \hat{A} روی ضلع مقابل پدید می آورد بیابید. (۱/۵ نمره)



$$y = 9 - x$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{8}{6} = \frac{x}{9-x}$$

$$\Rightarrow 72 - 8x = 6x \Rightarrow 14x = 72$$

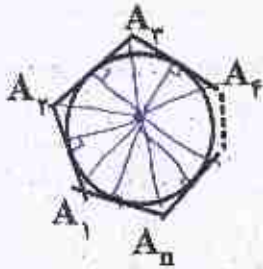
$$\Rightarrow x = \frac{72}{14}, \quad y = 9 - \frac{72}{14} = \frac{24}{14}$$



دیرستان پسرانه غیر دولتی مشکاة نور - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم ریاضی موضوع امتحان: هندسه ۲ نام دبیر:

۸- یک n ضلعی محیطی با مساحت S و محیط $2P$ در نظر بگیرید. اگر شعاع دایره



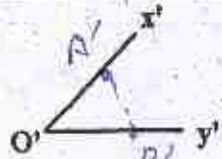
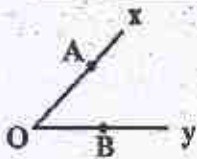
محاطی این شکل r باشد. ثابت کنید: $r = \frac{S}{P}$ (۱/۵ نمره)

$$S = \frac{1}{2} r A_1 A_2 + \frac{1}{2} r A_2 A_3 + \dots + \frac{1}{2} r A_{n-1} A_n$$

$$= \frac{1}{2} r (A_1 A_2 + \dots + A_{n-1} A_n) = \frac{1}{2} r (2P) = rP$$

$$\rightarrow S = rP \Rightarrow r = \frac{S}{P}$$

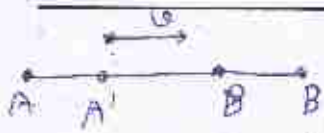
۹- ثابت کنید هر تبدیل ایزومتري الزاماً اندازه زاویه را حفظ می کند. (۱/۵ نمره)



$$T(A) = A', T(B) = B', T(O) = O'$$

$$\begin{cases} AB = A'B' \\ OA = O'A' \\ OB = O'B' \end{cases} \rightarrow \triangle OAB \cong \triangle O'A'B' \rightarrow \angle AOB = \angle A'O'B'$$

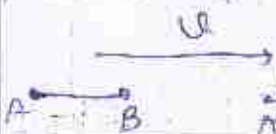
۱۰- ثابت کنید انتقال ایزومتري است. (۱/۵ نمره)



$$AB = AA' + A'B$$

$$A'B' = A'B + BB'$$

$$AA' = BB' \rightarrow AB = A'B'$$



$$AB = AA' - BA', A'B' = BB' - BA' \rightarrow AB = A'B'$$

۱۱- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵ نمره)

(الف) در میان دو وتر از یک دایره، وتر کوچکتر به مرکز دایره نزدیک تر است.

(ب) در تبدیل تجانس، اندازه زاویه ها حفظ می شود ولی اندازه پاره خط ها تغییر می کند.

(ج) در هر مثلث دلخواه، نسبت اندازه هر ضلع به سینوس زاویه روبرو به آن برابر با شعاع دایره محیطی مثلث است.

در این قسمت چتری نویسد

۱۲- در شکل مقابل طول پاره خط MN و مساحت چهارضلعی MNRO را بیابید. (MQ = PQ = ۲, PR = ۲, RN = ۵) (۲ نمره)



$$MN^2 = PM^2 + PN^2 - 2PM \cdot PN \cdot \cos 120^\circ$$

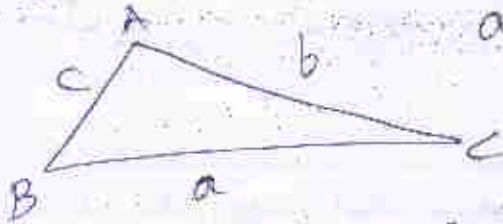
$$\rightarrow MN^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 12 \Rightarrow MN = 2\sqrt{3}$$

$$S = S_{\triangle PMN} - S_{\triangle PQR} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4$$

۱۳- به کمک قضیه کسینوس ها ثابت کنید در مثلث ABC داریم: (۱/۲۵ نمره)

اگر $\angle A > 90^\circ \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$\angle A > 90^\circ \Rightarrow \cos A < 0$

$$\rightarrow -2bc \cos A > 0$$

$$\rightarrow b^2 + c^2 - 2bc \cos A > b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 > b^2 + c^2$$

| | | |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------|
| نام و نام خانوادگی مصمم: | نام و نام خانوادگی ترمید نظر کننده: | نمره ورقه به عدد: |
| محل امضا | محل امضا | نمره ورقه به حرف: |